V Всероссийский фестиваль методических разработок "КОНСПЕКТ УРОКА"
март - май 2015 года

Созданая Ирина Аркадьевна

муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение г.Мурманска средняя общеобразовательная школа

УРОК ПО ТЕМЕ «РЕШЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ НЕРАВЕНСТВ»

Цель урока: 1) повторить решение простейших тригонометрических неравенств;

2) рассмотреть решение более сложных неравенств, используя метод интервалов

Технические средства: компьютер, видеопроектор, экран.

Ход урока: 1) Актуализация знаний:

В ходе сегодняшнего урока мы должны повторить решение простейших тригонометрических неравенств и научиться решать более сложные неравенства, сводя их к решению простейших путем тригонометрических преобразований и используя метод интервалов, где это разумно.

Индусы называли его «*джива*» –тетива лука, арабы – *«джайб»* - изгиб, складка одежды. А как называем его мы? (Синус)

- Сформулируйте определение синуса числа t (слайд № 3)

- Сформулируйте определение косинуса числа t (слайд № 4)

- Отметьте на числовой окружности точки, соответствующие числам $\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2},\frac{2\pi}{3},-\pi,-\frac{\pi}{3},\frac{4\pi}{3}$ (слайд № 5)

- Чему равен $\cos\frac{2\pi}{3}$?

- Есть ли еще на данной числовой окружности числа, косинус которых равен $-\frac{1}{2}$?

Обратите внимание на то, что одной и той же точке на числовой окружности соответствует ни одно, а множество чисел.

А теперь мы приступим к решению тригонометрических неравенств и начнем с простейшего: $\sin x > \frac{1}{2}$

- Какие точки числовой окружности удовлетворяют данному неравенству?

(слайд № 6)

- Как можно на числовой окружности изобразить множество этих точек?

- Как определить границы этой дуги?

Обратите внимание на то, что неравенство строгое. Это значит, что точки на окружности мы будем изображать «выколотыми».

- Какое направление движения по окружности считается положительным?

Значит, записывая ответ, мы пойдем по дуге от $\frac{\pi}{6}$ до $\frac{5\pi}{6}$, учитывая период функции - $2\pi k$.

Записали решение неравенства : $\left(\frac{\pi}{6}+\ 2\pi k\ ;\ \frac{5\pi}{6}+2\pi k\right)$ $, k\epsilon\ Z.$

- Записываем ответ в виде промежутка

Ответ: $\left(\frac{\pi}{6}+2\pi k\ ;\ \frac{5\pi}{6}+2\pi k\right), k\ \epsilon\ Z$

Теперь давайте изменим аргумент в предыдущем неравенстве $\sin\left(4x+\frac{\pi}{6}\right)>\frac{1}{2}$.

Я решила данное неравенство, но сделала несколько ошибок. Ваша задача найти ошибки и исправить их.

Решение: $\frac{\pi}{6}+\ \pi k\ < 4x+\ \frac{\pi}{6}\ <\ \frac{5\pi}{6}+\pi,$

$$\pi k\ \ <\ \ 4x\ \ <\ \ \frac{4\pi}{3}\ \ +\ \pi k,$$

$$\frac{\pi k}{4} < x < \frac{\pi}{3} + \frac{\pi k}{4}, k \in Z$$

Ответ : $\left[\frac{\pi k}{4};\ \frac{\pi}{3} + \frac{\pi k}{4}\right], k \in Z$ (слайд № 7)

Вернемся к первому неравенству и усложним его, взяв правую часть по модулю.

Получим неравенство : $|\sin x| > \frac{1}{2}$ Данное неравенство равносильно совокупности двух неравенств. Каких? $\left[\begin{array}{l} \sin x > \frac{1}{2}, \\ \sin x < -\frac{1}{2}. \end{array}\right.$

Первое неравенство у нас уже решено, нанесите его решение на числовую окружность. А со вторым неравенством мы поработаем.

- Какие точки числовой окружности удовлетворяют данному неравенству?

Отмечаем по оси ординат $-\frac{1}{2}$ и штрихуем ту часть оси ординат , где у < $-\frac{1}{2}$.

- Изображаем множество решений в виде дуги. Определяем границы этой дуги. Обратите внимание на то, что, поскольку мы движемся по окружности в положительном направлении, то удобнее взять положительные значения, соответствующие этим точкам: $\frac{7\pi}{6}$; $\frac{11\pi}{6}$

- Как будем изображать эти точки ?

- Что будет решением данного неравенства? (слайд № 8)

Обратите внимание, что выделенные дуги симметричны относительно осей координат и можно повернуть одну из них на угол, равный π, так, чтобы эти дуги совпали. Это говорит о том, что мы можем объединить оба решения в одно.

- Как же запишется данное решение?

$$\left(\frac{\pi}{6} + \pi k;\ \frac{5\pi}{6} + \pi k\right), k \in Z$$

Конференц-зал
электронный журнал
электронное средство массовой информации
ISSN 2223-4063
www.konf-zal.com
konf-zal@mail.ru

Рассмотрим задание № 5: Найти область определения функции $y=\sqrt{2\sin x-1}$ (слайд 9)

- При каком условии определена данная функция?

$D(y)$: $2\sin x-1\geq 0$

$$\sin x\geq \frac{1}{2}$$

И опять мы пришли к исходному неравенству, только оно у нас нестрогое.

- Как это отразится на ответе ?

Давайте подведем некоторый итог первой части урока: все задания, которые мы прорешали, сводились к решению простейших тригонометрических неравенств. Но, готовясь к сдаче ЕГЭ, мы встречаемся и с более сложными неравенствами.

$3\sin^2 x+\sin x\cos x>2$ (слайды 10-12)

- Если бы это было тригонометрическое уравнение, как мы стали бы его решать?

$$3\sin^2 x+\sin x\cos x-2(\sin^2 x+\cos^2 x)>0$$
$$\sin^2 x+\sin x\cos x-\cos^2 x>0$$

Рассмотрим теперь два случая :

1) $\cos^2 x\neq 0$ и тогда , разделив обе части на $\cos^2 x\neq 0$, сведем данное уравнение к квадратному относительно tgx: $tg^2x+tgx-2>0$

- Почему мы не поменяли знак неравенства?

- Чему равны нули функции, стоящей в левой части неравенства ?

- Наносим нули функции на числовую прямую и определяем знаки функции в каждом из промежутков.

-Совокупности каких неравенств равносильно данное неравенство?

- На каком промежутке определена функция y=tgx ?

- Какими мы будем изображать точки $-\frac{\pi}{2}$ и $\frac{\pi}{2}$?

- На оси тангенсов выделите ту ее часть, которая соответствует решению неравенства tg x > 1 и tg x < -2 . Выделите те дуги, которые соответствуют заштрихованным лучам.

Обозначьте концы этих дуг.

Запишите объединение данных множеств с учетом периода функции тангенс.

$$\left(-\frac{\pi}{2}+\pi k; -arctg\, 2+\pi k\right) \cup \left(\frac{\pi}{4}+\pi k; \frac{\pi}{2}+\pi k\right), k\epsilon\, Z$$

2) $cos^2x = 0$, $cosx = 0, x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \epsilon\, Z$

Тогда $\sin^2 x = \sin^2\left(\frac{\pi}{2}+\pi k\right) = 1$, имеем 1> 0 – неравенство верное , значит ,

$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \epsilon\, Z$ является решением данного неравенства.

Объединяя полученные решения, имеем :

Ответ: $\left(-\frac{\pi}{2}+\pi n; -arctg\, 2+\pi n\right) \cup \left(\frac{\pi}{4}+\pi n; \frac{\pi}{2}+\pi n\right), n\epsilon\, Z$

Неравенство, которое мы рассмотрим далее

$\sin x + \sin 2x \le 0$

$\sin x + 2\sin x \cos x \le 0$

$\sin x(1 + 2\cos x) \le 0$

Решим данное неравенство методом интервалов (слайд 13-14)

Итог урока.

Д/з : 1) $|\cos x| \ge \frac{1}{2}$;

2) $\sin x + \cos 2x > 1$.