Хасанова Алла Рафаилевна

Государственное бюджетное образовательное учреждение города Москвы центр образования "Школа здоровья" № 1858

ОТ НЕЗНАНИЯ – К ЗНАНИЮ, ОТ ТЬМЫ – К СВЕТУ, PROGRESSION – ДВИЖЕНИЕ ВПЕРЕД

Цели урока: повторение и обобщение изученного материала путём решения комбинированных задач; развитие познавательного интереса к математике.

Задачи:

Образовательные:

- совершенствовать навыки решения разнообразных задач по использованию формул арифметической и геометрической прогрессий;
- применять свои знания в практических ситуациях;
- расширять знания учащихся путём решения нестандартных задач;
- рассмотреть задачи в рамках подготовки к ГИА;

Развивающие:

- развивать математический кругозор, мышление, математическую речь;
- формирование и развитие учебных умений и навыков, составление плана ответа, синтеза и обобщение информации;
- продолжить развитие научного мировоззрения с помощью демонстрации единства представлений числовых последовательностей в математике, биологии и МХК;

Воспитательные:

- воспитывать стремление к непрерывному совершенствованию; воспитывать чувство прекрасного;
- формировать отношения взаимной ответственности при совместной работе;
- повышение мотивации обучения путем использования инновационных технологий на уроке.

Тип урока: обобщение и систематизация знаний (комбинированный урок).

Форма проведения: практикум по решению задач.

Оборудование: интерактивная доска, компьютер, мультимедийный проектор, папки «раздаточный материал», карточки успешности.

Ход урока

1. Организационный момент. Приветственное слово.

2. Мотивационный этап. Подготовка учащихся к активному и осознанному усвоению и повторению материала.

Эпиграф урока.

Закончился XX век.
Куда стремится человек?
Изучены космос и море,
Строенье звёзд и вся Земля.
Но математиков зовёт
Известный лозунг:
“Прогрессио – движение вперёд”.

На листах в отдельном столбце (слева) выбрать предложенную геометрическую фигуру.

3. Введение в тему урока:

Сообщение темы и целей урока.

Сегодня наш разговор пойдет о прогрессиях. Но встретим мы их в комбинированных нестандартных задачах. Убедимся еще раз, что все живое вокруг нас подчиняется законам математики. На этом уроке мы должны обобщить и систематизировать знания и умения, приобретённые при изучении прогрессий, а также вспомнить, насколько математика может быть занимательной. Нам предстоит поработать и с формулами, вспомнить, как решаются неравенства, посадить “волшебное дерево” и разгадать тайну магического квадрата.

4. Работа с формулами (цифровой диктант).

Герберт Спенсер, английский философ, когда-то сказал: “Дороги не те знания, которые откладываются в мозгу, как жир, дороги те, которые превращаются в умственные мышцы”.

Проверим, кто из вас порадовал бы Герберта Спенсера.

восприятие речи на слух. Проговариваю название формулы один раз, а учащиеся пишут номер формулы.

Вопросы к формулам

1. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.
2. Формула n-го члена арифметической прогрессии.
3. Сумма n-первых членов арифметической прогрессии.
4. Сумма n-первых членов геометрической прогрессии.
5. Формула n-го члена геометрической прогрессии.
6. Свойство членов арифметической прогрессии.
7. Свойство членов геометрической прогрессии.
8. Знаменатель геометрической прогрессии.
9. Разность арифметической прогрессии.

Формулы.

1. $a_n = a_1 + (n-1)d$
2. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$
3. $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$.
4. $S_n = \frac{b_n \cdot q - b_1}{q-1} = \frac{b_1(q^n - 1)}{q-1}$, если $q \neq 1$
5. $S = \frac{b_1}{1-q}, |q| < 1$.
6. $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$.
7. $b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$.
8. $d = a_{n+1} - a_n$.
9. $q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$

Проверим свои успехи, выполнив взаимопроверку. Получили 9-значное число **513 426 798**. Это КОД ОТВЕТА.

Продемонстрируйте мне свои результаты , использовав сигнальные карточки.

5. Интеграция с предметом биологии.

Вы уже знаете, что летом инфузории размножаются бесполым способом делением пополам. Сколько будет инфузорий после 2-го размножения (4), после 3-го размножения (8), а после 15-го размножения? Давайте посмотрим последовательность размножения:

1; 2; 4; 8; 16; 32; 64;…

- Какие выводы можно сделать, анализируя данную последовательность? (Это геометрическая прогрессия, первый член которой равен 2 и знаменатель равен 2).

Давайте решим с вами простейшие задачи на применение основных формул арифметической и геометрической прогрессий.

6. Решение задач.

Задание 1. Отдыхающий, следуя совету врача, загорал в первый день 5 минут. В каждый последующий день увеличивал время пребывания на солнце на 5 минут. В какой день недели время его пребывания на солнце будет равно 40 минут, если он начал загорать в среду?

Задание 2. Из арифметических прогрессий, заданных формулой n-го члена, выберите ту, для которой выполняется условие $a_{20} < 0$.

1) $a_n = 2n – 50$
2) $a_n = 2n + 50$
3) $a_n = 40 - 2n$
4) $a_n = 100 - 2n$

Задание 3. Из геометрических прогрессий, заданных формулой n-го члена, выберите ту, для которой выполняется условие $b_{30} < 1$.

1) $b_n = 2^{n - 3}$
2) $b_n = 3^{n - 2}$
3) $b_n = 5 *4^{n - 11}$
4) $b_n = 8^{n-32}$

7. Решение нестандартных задач.

“Умение решать задачи – практическое искусство, подобное плаванию или катанию на лыжах, или игре на фортепиано; научиться этому можно лишь, подражая избранным образцам и постоянно тренируясь”,– говорил Д.Пойа.

1. Решите задачу. Три числа составляют арифметическую прогрессию. Найдите эти числа, если их сумма равна 27, а при уменьшении первого числа на 1, уменьшении второго на 3 и при увеличении третьего на 3, получили геометрическую прогрессию.

Дано: $a_1+a_2+a_3=27$ –сумма трёх членов арифметической прогрессии; a_1-1; a_2-3; a_3+3– геометрическая прогрессия

Найти: a_1; a_2; a_3.

Решение.

$$\begin{cases} a_1+a_2+a_3=27, \\ q=\frac{a_2-3}{a_1-1}=\frac{a_3+3}{a_2-3}; \end{cases} \begin{cases} a_1+a_1+d+a_1+2d=27, \\ \frac{a_1+d-3}{a_1-1}=\frac{a_1+2d+3}{a_1+d-3}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1=9-d, \\ \frac{6}{8-d}=\frac{d+12}{6}; \end{cases} \begin{cases} a_1=9-d, \\ (8-d)(d+12)=36. \end{cases}$$

$d^2+4d-60=0$,

$d_1=6$, $d_2=-10$.

Если $d_1=6$, то $a_1=9-6=3$; $a_2=3+6=9$; $a_3=9+6=15$.

Если $d_2=-10$, то $a_1=9+10=19$; $a_2=19-10=9$; $a_3=9-10=-1$.

Ответ: если арифметическая прогрессия 3; 9; 15, то геометрическая прогрессия 2; 6; 18.

Если арифметическая прогрессия 19; 9; -1, то геометрическая прогрессия 18; 6; 2.

Нестандартные комбинированные задачи по теме “Прогрессии” мы можем встретить и при решении уравнений, неравенств, при построении графиков функций. Рассмотрим неравенство и решим его.

2. Решите неравенство:

$$(3x+\underbrace{7+3-1-\cdots}_{\text{6-слагаемых}})(\underbrace{2+4+8+\cdots}_{\text{6-слагаемых}}+x)>0.$$

Упрощаем скобки в данном неравенстве. Сумма 6-ти слагаемых арифметической прогрессии равна (-18) . Сумма 6-ти слагаемых геометрической прогрессии равна 126.

Неравенство перепишется в виде : (3x-18)(x+126)>0.

Решаем его методом интервалов.

Ответ: (– ∞; -126) U (6; + ∞).

8. Логическая задача.

Волшебное дерево, первоначальная высота которого 1 м, каждый день увеличивает свою высоту в 2 раза. При этом через 36 дней оно “достанет” до Луны. Через сколько дней оно достало бы до Луны, если бы его высота в начальный момент времени была 8м?

Решение: через 33 дня. Один день – 2м. Два дня – 4м. Три дня – 8м. 36-3=33 дня.

9.Историческая справка (интеграция с МХК).

Арифметические прогрессии и их свойства изучались математиками с древних времен. Греческих математиков интересовала связь прогрессий с так называемыми многоугольными числами (Фигурные числа), вычислением площадей, объемов, красивыми числовыми соотношениями типа:

$1=1^2$	$1=1^3$
$1+3=2^2$	$3+5=2^3$
$1+3+5=3^2$	$7+9+11=3^3$
$1+3+5+7=4^2$	$13+15+17+19=4^3$

Большой популярностью даже в наши дни пользуются магические квадраты. Это квадраты, в каждую клетку которых вписаны числа так, что суммы чисел вдоль любой горизонтали, любой вертикали и любой диагонали равны. Такой магический квадрат изображен на гравюре немецкого художника А. Дюрера «Меланхолия».

Предлагаю рассмотреть один из многих магических квадратов. (объяснить правила фокуса). Это и будет домашним заданием: разгадать тайну данного магического квадрата и выявить последовательность чисел, применительно к данной теме.

10.Домашнее задание – творческое.

11.Выставление оценок.

За цифровой диктант каждый учащийся получает оценки в журнал. Дополнительные оценки получают те, кто был активен на уроке.

12.Подведение итогов.

Итак, сегодня мы в нестандартных комбинированных заданиях обобщили и систематизировали знания и умения, приобретённые при изучении прогрессий, поработали с формулами, вспомнили, как решаются неравенства, встретились с занимательной математикой и посадили “волшебное дерево” при решении занимательной логической задачи.

Предлагаю Вам выбрать одну из предложенных геометрических фигур и построить на своих листах.

Урок сегодня завершён,

Но каждый должен знать:

Познание, упорство, труд

К прогрессу в жизни приведут.

Урок окончен. МОЛОДЦЫ!

Дополнительная задача. Дидактические игры на уроке.

Занимательная задача: "Выгодная сделка".

Мистер Браун предложил мистеру Смитту сделку. Она состояла в следующем: мистер Браун будет ежедневно приносить мистеру Смитту по 100 тысяч рублей. Не даром, разумеется, но плата пустяковая:

в 1 день Смитт ему за это заплатит - 1 копейку, во 2-й день за вторую сотню - 2 копейки, в 3-й день за третью сотню - 4 копейки, в 4 -й день -8 копеек и т.д., целый месяц, каждый день вдвое больше предыдущего. Договор не прерывать в течении месяца. Смитт был счастлив: "А как же сотни тысяч за 1 копейку отдает ?!!". Как вы считаете, для кого сделка оказалась выгодной?

Далее идет обсуждение с классом.

Дни месяца	Мистер Смитт (сотни тыс. руб.)	Мистер Браун (копейки)
1	100.000	1
2	100.000	2
3	100.000	4
4	100.000	8
:.	:::::	Геометрич. прогрессия, q = 2
30	100.000	$в_{30}$
Доход:	3.000.000 рублей	$S_{30}=\frac{1\cdot(2^{30}-1)}{2-1}=2^{30}-1$ $S_{30}=$ 10.737.418,23 рубля.

Таким образом, сделка оказалась выгодной для мистера Брауна.

Мистер Смитт принял его поначалу за глупого человека, а Браун оказался достаточно умен, хитер и хорошо разбирался в математике.