

Спецификация диагностической работы для учителей математики (Часть 1. Предметные задачи и Часть 2. Методические задачи)

Назначение 1 и 2 частей диагностической работы

Выполнение заданий Части 1 и 2 диагностической работы позволяет выявить уровни предметной, методической и оценочной компетенций учителей математики, обеспечивающих достижение комплекса образовательных результатов освоения обучающимися основной образовательной программы основного общего и/или среднего общего образования по предмету «Математика», в соответствии с требованиями Федеральных государственных образовательных стандартов.

Документы, определяющие содержание 1 и 2 частей диагностической работы

Содержание диагностической работы определяется на основе следующих документов, регламентирующих профессиональную деятельность учителя русского языка и учителя математики:

- Федеральный государственный стандарт основного общего образования (приказ Минобрнауки России от 05.03.2004 № 1089);
- Федеральный государственный стандарт среднего (полного) общего образования, базовый и профильный уровни (приказ Минобрнауки России от 05.03.2004 № 1089);
- также учитывается компетентностный аспект содержания «Профессионального стандарта Педагог» (Приказ Минтруда России от 18.10.2013 N 544н (с изм. от 25.12.2014) и Федерального государственного образовательного стандарта Высшего образования по направлению Педагогическое образование.

Подходы к отбору содержания, разработке структуры 1 и 2 частей диагностической работы

Подходы к отбору содержания диагностической работы определяются исходя из требований перечисленных нормативных документов, традиций отечественного образования, современных тенденций и отечественного опыта проведения оценки компетенций специалистов в сфере образования.

К основным концептуальным подходам к отбору содержания данной диагностической работы можно отнести следующие:

- соответствие содержания целям и предметной области деятельности;
- компетентностный подход, позволяющий выявить владение учителем математики необходимыми компетенциями;
- личностный подход, предполагающий ориентацию модели диагностической работы и ее содержания на профессионально-личностные ожидания и возможности учителя, адаптивность содержания к динамическим процессам в предметной области знаний и в сфере образования, к требованиям ФГОС.

Заявленные подходы взаимообусловлены и дополняют друг друга и определяют подходы к разработке структуры и отбору заданий диагностической работы.

Подходы к разработке структуры диагностической работы. Отбор заданий в диагностической работе определяется основными концептуальными подходами к отбору содержания, которые, в свою очередь, предполагают реализацию определенной системы принципов.

Принцип содержательной и структурной валидности, принцип репрезентативности – регламентируют процедуру отбора содержания таким образом, чтобы обеспечить оптимальную полноту и правильность пропорций содержания.

Принцип объективности, соответствия формы задания проверяемому критерию, принципы системности и полноты охвата содержания – предполагают подбор заданий, содержание которых связано между собой определенной

иерархией и общей структурой предметной области знаний. Все задания располагаются в порядке равномерно возрастающей трудности, что соответствует последовательности типов заданий: от заданий с выбором одного варианта правильного ответа до заданий с кратким ответом.

Принцип уровневой оценки предметной и методической компетенций учителя. Уровень сформированности профессиональных компетенций учителя математики выявляется путем последовательного выполнения учителем заданий диагностической работы: от постепенной демонстрации знаний в относительно простых тестовых заданиях, до более сложных, комплексных предметно-методических решений в заданиях с развернутым ответом.

Структура 1 и 2 частей диагностической работы по математике

Часть 1. Блок 1

Предметная подготовка

Задания 1-6.

Объекты контроля: знание преподаваемого предмета в пределах требований федеральных государственных образовательных стандартов и основной общеобразовательной программы, истории преподаваемого предмета и его места в мировой культуре и науке.

Модели оценки объектов контроля: оценка выполнения стандартных для соответствующей предметной области заданий, задания с кратким ответом.

Часть 1. Блок 2

Методическая подготовка

Задания 7-12

Объекты контроля:

- знание основ частной методики обучения математике,
- знание основ частных методик обучения математике

Модели оценки объектов контроля: оценка выполнения тестовых заданий разного типа.

Часть 2. Блок 3.

Предметно-методическая компетенция, в том числе оценочная компетенция

Задания 13-15

Объекты контроля:

– знание основ методики преподавания, основных принципов системно-деятельностного подхода, видов и приемов современных педагогических технологий;

– владение формами и методами обучения, в том числе выходящими за рамки учебных занятий (проектная деятельность, лабораторные эксперименты, полевая практика и т.п.);

– использование специальных подходов к обучению в целях включения в образовательный процесс всех обучающихся, в том числе с особыми потребностями в образовании: обучающихся, проявивших выдающиеся способности; обучающихся, для которых русский язык не является родным; обучающихся с ограниченными возможностями здоровья.

Модели оценки объектов контроля: оценка выполнения задания на поиск методов и способов решения проблем в заданной педагогической ситуации.

Блок 3 включает три методические задачи с развернутым ответом.

Первая методическая задача ориентирована на оценку сформированности у учителя умения решать сложные математические задачи; конструировать последовательность вопросов и заданий, направленных на поиск решения задачи в процессе обучения математике в средней школе.

Вторая методическая задача ориентирована на оценку сформированности у учителя умения определять причины возникновения ошибок, определять последовательность действий, направленную на анализ причин возникновения этих ошибок и разработку плана повторения для их устранения.

Третья методическая задача ориентирована на оценку результатов оценивания развернутых ответов обучающихся, включая анализ ошибок, определение причин возникновения ошибок, разработка способа

предотвращения найденных ошибок и коррекции полученных результатов.

Таблица 1.

Распределение заданий по частям диагностической работы

Части работы	Количество заданий	Максимальный балл	Типы заданий
Часть 1. Блок 1	6	6	<ul style="list-style-type: none"> • 6 заданий с кратким ответом (в виде числа)
Часть 1. Блок 2	6	6	<ul style="list-style-type: none"> • 1 задание на установление последовательности • 1 задание на сопоставление • 2 задания на однозначный выбор ответа • 2 задания на однозначный выбор ответа
Часть 2. Блок 3	3	15	Задание с развернутым ответом
Итого:	9	27	

Таблица 2.

Распределение заданий тестовой части по проверяемым элементам профессиональных компетенций учителя математики, элементам содержания и видам деятельности (в соответствии с типом задания)

№	Тип задания	Проверяемые элементы/объекты контроля	Кол-во заданий	Мах кол-во баллов
1-6	КО ¹ - 6	- знание математических фактов	6	6
7	У ²	- знание базовых элементов	1	1

¹ Краткий ответ

² Упорядочивание

		<p>общей методики обучения математике</p> <ul style="list-style-type: none"> - определение последовательности этапов работы с элементами математического содержания - знание приемов работы с элементами математического содержания (понятиями и их определениями, теоремами, доказательствами, алгоритмами, задачами) - знание специфики построения математической теории 		
8	МВ ³	<ul style="list-style-type: none"> - определение математического базиса выполняемых действий - знание приемов обоснования математических утверждений - знание основ частных методик обучения математике - знание математических фактов, составляющих основу того или иного математического утверждения или его доказательства - знание различных формулировок математических понятий и фактов 	1	1

³ Множественный выбор

9	C ⁴	<ul style="list-style-type: none"> - знание способов решения задач, умение выбирать задачи, решаемые определенным способом, - знание типологий задач и их структуры - знание различных методов решения задач и их особенности 	1	1
10	OB ⁵	<ul style="list-style-type: none"> - знание способов решения задач, умение выбирать задачи, решаемые определенным способом, - знание типологий задач и их структуры - знание различных методов решения задач и их особенности - знание методов решения задач 	1	1
11	MB	<ul style="list-style-type: none"> - знание различных интерпретаций математических понятий - знание различных формулировок математических утверждений - умение формулировать математические утверждения разными способами - знание характеристик и видов элементов математического 	1	1

⁴ Соответствие

⁵ Однозначный выбор

		<p>содержания (понятий и их определений, теорем, доказательств, алгоритмов, задач)</p> <p>- владение элементами частной методики обучения математике</p> <p>- умение выбирать обоснования при ответе на вопрос ученика</p>		
12	ОВ	<p>- знание математических фактов и их формулировок</p> <p>- - владение элементами частной методики обучения математике</p> <p>- умение определять причины ошибок учащихся</p>	1	1
Итого:			12	12

Система оценивания результатов заданий тестовой части (Блоков 1 и 2).

Проверка осуществляется автоматически на основании сравнения с эталоном. Все задания направлены на оценку предметно-методической подготовки учителя математики. Все задания оцениваются из расчета 1 балл. Введенный ответ автоматически сверяется с эталоном. В случае абсолютного совпадения фиксируется 1 балл. В случае расхождения с эталоном фиксируется 0 баллов.

Методические задачи (Блок 3)

Таблица 3.

Распределение заданий по проверяемым элементам содержания и видам деятельности

№	Тип задания	Проверяемые элементы/объекты контроля и виды деятельности	Кол-во заданий	Мах кол-во баллов
1	РО ⁶	Предметно-методическая компетенция учителя математики. Умение учителя решать сложные математические задачи, ориентируясь на предложенный образец решения. Умение конструировать последовательность вопросов и заданий, направленных на поиск решения задачи в процессе обучения математике в средней школе.	1	5
2	РО	Предметно-методическая компетенция учителя математики. Умение учителя находить правильный ответ математической задачи. Умение определять причины возникновения ошибок, определять последовательность действий, направленную на анализ причин возникновения этих ошибок и разработку плана повторения для их устранения	1	5
3	РО	Предметно-методическая компетенция учителя математики. Умение оценивать результаты	1	5

⁶ Развернутый ответ

		выполнение учащимися предлагаемых заданий, выделять ошибки, определять причины возникновения ошибок, находить способ предотвращения найденных ошибок и коррекции полученных результатов		
Итого:			3	15

Таблица 4.

Распределение заданий диагностической работы по уровням сложности

Номер задания диагностической работы	Элементы предметной, предметно-методической, психолого-педагогической компетенций учителя математики	Уровень сложности задания	Максимальный балл
<i>Часть 1. Блок 1</i>			
<i>Задания 1-5</i>	Предметная подготовка учителя математики: знание математических фактов, умение их выявлять и применять для ответа на сформулированный вопрос (знания и умения проверяются в объеме изучения предмета «Математика» в рамках программы среднего образования).	Базовый	5
<i>Задание 6</i>	Предметная учителя математики: знание математических фактов, умение применить их при решении нестандартных задач	Высокий	1
<i>Часть 1. Блок 2</i>			
<i>Задание 7</i>	Предметно-методическая компетенция учителя математики:	Пороговый	1

	Знание основ общей методики обучения математике		
<i>Задание 8</i>	Предметно-методическая компетенция учителя математики: Знание содержания математики в рамках программы среднего образования; Определение базиса выполняемых действий	Пороговый	1
<i>Задание 9</i>	Предметно-методическая компетенция учителя математики: Знание содержания математики в рамках программы среднего образования, знание типов и структуры математических задач, приемов и методов их решения	Базовый	1
<i>Задание 10</i>	Предметно-методическая компетенция учителя математики: Знание содержания математики в рамках программы среднего образования, знание типов и структуры математических задач, приемов и методов их решения	Высокий	1
<i>Задание 11</i>	Предметно-методическая компетенция учителя математики: Знание содержания математики в рамках программы среднего образования; знание приемов обоснования математических утверждений и умение их отбирать, интерпретировать, применять в соответствии с конкретными ситуациями профессиональной деятельности, знание основ методики обучения математике,	Базовый	1

	умение выбирать обоснования для ответа на вопрос		
<i>Задание 12</i>	Предметно-методическая компетенция учителя математики: Знание содержания математики в рамках программы среднего образования; знание математических фактов и умение их отбирать, интерпретировать, применять в соответствии с конкретными ситуациями профессиональной деятельности, знание способов и приемов решения математических задач	Базовый	1
Часть 2. Блок 3			
<i>Методическая задача 1</i>	Предметно-методическая компетенция учителя математики. Умение учителя решать сложные математические задачи, ориентируясь на предложенный образец решения. Умение конструировать последовательность вопросов и заданий, направленных на поиск решения задачи в процессе обучения математике в средней школе.	Высокий	5
<i>Методическая задача 2</i>	Предметно-методическая компетенция учителя математики. Знание содержания предмета математики в рамках программы среднего образования. Умение учителя находить правильный	Высокий	5

	<p>ответ математической задачи.</p> <p>Умение определять причины возникновения ошибок, определять последовательность действий, направленную на анализ причин возникновения этих ошибок и разработку плана повторения для их устранения</p>		
<p><i>Методическая задача 3</i></p>	<p>Предметно-методическая компетенция учителя математики</p> <p>Знание содержания предмета математики в рамках программы среднего образования.</p> <p>Умение оценивать результаты выполнение учащимися предлагаемых заданий, выделять ошибки, определять причины возникновения ошибок, находить способ предотвращения найденных ошибок и коррекции полученных результатов.</p> <p>Знание приемов, методов, методик и технологий оценки по математике и умение их отбирать, интерпретировать, применять в соответствии с конкретными ситуациями профессиональной деятельности;</p> <p>Способность диагностировать достигнутые учащимся результаты обучения на основе анализа его работ.</p> <p>Умение организовать деятельность учащихся, направленную на предотвращение и коррекцию ошибок</p>	Высокий	5

Итого	27
-------	----

Система оценивания отдельных заданий 1 и 2 части диагностической работы

Первая часть диагностической работы включает в себя 12 тестовых заданий. Каждое из заданий первой части оценивается автоматически по системе 0/1 (балл). Все задания направлены на оценку предметной и предметно-методической компетенций учителя русского языка. Максимальный балл за первую часть диагностической работы составляет 12 баллов.

Вторая часть диагностической работы включает в себя три методические задачи, ориентированные на комплексную оценку предметной и методической компетенций учителей. Каждая из трех задач является заданием с развернутым ответом и оценивается экспертом в соответствии с предложенными критериями. Каждая из трех методических задач оценивается из расчета 5 баллов. Таким образом, за выполнение этой части диагностической работы учитель может набрать 15 баллов.

Система оценивания заданий с развернутым ответом (методических задач)

Оценивание заданий с развернутым ответом (трех методических задач) осуществляется экспертом с помощью метода критериальной оценки, при котором каждому из содержательных критериев и уровням его сформированности соответствует определенный балл.

Критерии оценивания результатов заданий Части 2.

Проверка осуществляется экспертами. Каждое задание оценивается из расчета 5 баллов.

Примерные критерии конкретизируются в каждом случае с учетом специфики рассматриваемой методической задачи.

Таблица 5.

Балльно-критериальная оценка методических задач (МЗ)

№ МЗ	Критерии	Баллы	
МЗ1	Предметная составляющая	Max 4	
	Обоснованно получен верный ответ	4	
	С помощью верных рассуждений получен верный ответ, отличающийся от основного конечным числом точек	3	
	С помощью верных рассуждений найдены все граничные значения искомого множества параметров a .	2	
	Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества	1	
	Решение e соответствует ни одному из приведенных выше критериев	0	
	Методическая составляющая	Max 1	
	Грамотно составлена последовательность вопросов и заданий	1	
	Последовательность вопросов и заданий не предъявлена	0	
	<i>Количество баллов за задание получается суммированием количества баллов, полученных за математическую и методическую составляющие</i>		
	Итого	Max 5	
	МЗ2	Предметная составляющая	Max 1
Верно указан ответ задачи		1	
Верный ответ не указан		0	
Методическая составляющая		Max 4	
Верно указаны все ошибки, которые могли привести к появлению неверных ответов		max 1	
Верно указаны причины возникновения указанных ошибок		max 1	
Предложен вариант организации повторения для устранения этих ошибок		max 2	

	<i>Количество баллов за задание получается суммированием количества баллов, полученных за математическую и методическую составляющие</i>	
	Итого	Max 5
МЗЗ	Предметная составляющая	
	Найдены все ошибки и недочеты	
	Найдена часть ошибок и недочетов	
	Часть ошибок и недочетов указана неверно	
	Методическая составляющая	
	Работа оценена верно	
	Приведены обоснования оценки	
	Предложена вспомогательная задача	
	<i>Количество баллов за задание получается суммированием количества баллов, полученных за математическую и методическую составляющие</i>	
		Итого
	Итого за все задачи	Max 15

**Сценарии выполнения решения методических задач
(методические рекомендации для экспертов и учителей)**

Оценивание заданий с развернутым ответом (трех методических задач) осуществляется экспертом с помощью метода критериальной оценки, при котором каждому из содержательных критериев соответствует определенный балл.

Сценарий решения методической задачи 1

Пример задачи (демонстрационный вариант)

В задании 13:

- 1. Запишите решение и ответ, воспользовавшись при необходимости примером решения похожей задачи (пример дан на отдельном листе).**
- 2. Сформулируйте для учащихся несколько вопросов и заданий, направленных на поиск решения предложенной задачи**

13. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{xy^2 - xy - 5y + 5}{\sqrt{5-y}} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

Пример решения аналогичной задачи (к заданию 13)

Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{xy^2 - 2xy - 4y + 8}{\sqrt{4-y}} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

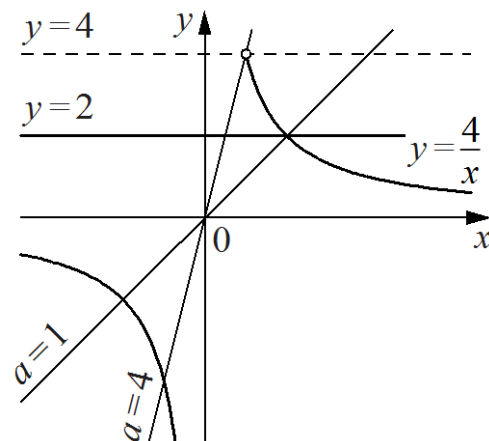
Решение.

Запишем первое уравнение в виде

$$\frac{(y-2)(xy-4)}{\sqrt{4-y}} = 0$$

При $y \geq 4$ левая часть не имеет смысла.

При $y < 4$ уравнение задаёт прямую $y = 2$



и гиперболу $y = \frac{4}{x}$ (см. рисунок).

При каждом значении a уравнение $y = ax$ задаёт прямую с угловым коэффициентом a , проходящую через начало координат.

При $y < 4$ такая прямая пересекает прямую $y = 2$ при любом ненулевом значении a , пересекает правую ветвь гиперболы $y = \frac{4}{x}$ при $0 < a < 4$,

пересекает левую ветвь гиперболы $y = \frac{4}{x}$ при $a > 0$. При этом прямая $y = ax$

проходит через точку пересечения прямой $y = 2$ и гиперболы $y = \frac{4}{x}$

при $a = 1$.

Число решений исходной системы равно числу точек пересечения прямой $y = 2$ и гиперболы $y = \frac{4}{x}$ с прямой $y = ax$ при условии $y < 4$.

Таким образом, исходная система имеет ровно три решения при

$$0 < a < 1; 1 < a < 4.$$

Ответ: $0 < a < 1; 1 < a < 4$.

Решение этой методической задачи предполагает:

1) Решение данной математической задачи (в предложенном случае с параметром). При решении предложенной математической задачи учитель может опираться на готовое решение аналогичной математической задачи, предлагаемое в качестве образца. Решенная задача отличается от заданной только числовыми данными. Метод решения и последовательность действий, которую необходимо выполнить для решения и получения обоснованного ответа, совпадают.

Решение математической задачи по образцу оценивается из расчета 4 баллов в соответствии с критериями, предложенными в Таблице 3.13. настоящей Главы.

При проверке эксперт проверяет предложенное решение и выставляет соответствующее количество баллов.

2) Выполнить методическое задание, а именно – составить последовательность вопросов и заданий для учащихся, которые направлены на поиск решения данной задачи.

Возможная последовательность вопросов и заданий

1. Сформулируйте на языке графиков требование данной задачи: что означает фраза «система уравнений имеет ровно три различных решения» на графическом языке?
2. Какое множество на плоскости задает первое уравнение?
3. Какое множество на плоскости задает второе уравнение?
4. Найдите область определения первого уравнения. Что означает выполнение полученного неравенства для графиков получаемых зависимостей и для ответа на заданный вопрос?
5. Постройте график первого уравнения
6. Постройте график второго уравнения
7. Найдите и постройте такие положения прямых (второе уравнение), которые имеют с графиком первого уравнения ровно три общие точки.
8. Найдите соответствующие значения параметра a .

Решение методического задания оценивается из расчета 1 балла в соответствии с критериями, предложенными в Таблице 3.13. настоящей Главы.

***Сценарий решения методической задачи 2
и комментарии по оцениванию развернутого ответа***

Пример задачи (демонстрационный вариант)

В заданиях 14 и 15 запишите развернутый ответ, суждение, мнение

14. На диагностической работе в апреле школьники получили задачу.

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 48 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 10 часов. Ответ дайте в км/ч.

После обработки результатов оказалось, что среди ответов наиболее часто встречаются четыре варианта: 8,8; 20; 19,2 и 9,6.

1. Какой из вариантов ответа правильный?
2. В результате каких ошибок могли быть получены неверные ответы из данного списка? Проанализируйте причины этих ошибок и предложите план итогового повторения для их устранения.

Решение этой методической задачи предполагает:

- 1) Решение данной математической задачи и выбор правильного ответа.

Так как предложенная задача простая и не требует развернутого ответа, то результат ее решения оценивается из расчета 1 балл в соответствии с критериями, предложенными в Таблице 3.13. настоящей Главы.

Ответ на первый вопрос: 20.

- 2) Выполнение методического задания, которое состоит из трех частей:
 - 2.1.) Анализ полученных результатов и формулировка предположений, в результате каких ошибок могли быть получены неверные ответы из списка предложенных.
 - 2.2.) Перечисления возможных причин возникновения этих ошибок.
 - 2.3.) Предполагаемого варианта плана повторения с целью устранения полученных ошибок

Пример возможного ответа на методическое задание

2.1.) Значение 8,8 может получиться, если путь 48 км поделить на время 10 ч и прибавить скорость течения 4 км/ч.

Вариант 19,2 получается, если весь путь 96 км поделить на время движения 5 ч или путь 48 км поделить на половину времени движения.

Вариант 9,6 получается, например, если путь 96 км разделить на общее время 10 часов.

2.2.) Общей причиной всех указанных ошибок является непонимание/незнание учащимися специфики движения тела, имеющего собственную ненулевую скорость, по течению реки и против течения реки.

Кроме того, варианты 8,8 и 9,6 показывают, что учащиеся невнимательно прочитывают условие задачи и не учитывают время стоянки.

2.3.) Возможные действия учителя, предпринимаемые для устранения выявленных ошибок в процессе организации повторения.

1. Предлагать во время повторения парные задачи, в которых есть или нет времени стоянки. Например, к данной задаче в пару предложить решить задачу: *Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 48 км и возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, а в пункт отправления теплоход возвращается через 10 часов. Ответ дайте в км/ч.*

Предложить сравнить получаемые в процессе решения выражения и полученную модель,

2. Предлагать во время повторения парные задачи, в которых есть или нет скорости течения. Например, к данной задаче в пару предложить решить задачу: *Теплоход проходит в стоячей воде до пункта назначения 48 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода, если стоянка длится 5 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 10 часов. Ответ дайте в км/ч.*

3. Целесообразно выстроить задачи по мере усложнения условия за счет включения дополнительными данных, например, в такой последовательности:

а) *Теплоход проходит в стоячей воде до пункта назначения 48 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода, если в пункт отправления теплоход возвращается через 10 часов. Ответ дайте*

в км/ч.

б) Теплоход проходит в стоячей воде до пункта назначения 48 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода, если стоянка длится 5 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 10 часов. Ответ дайте в км/ч.

в) Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 48 км и возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, а в пункт отправления теплоход возвращается через 10 часов. Ответ дайте в км/ч.

г) Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 48 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 10 часов. Ответ дайте в км/ч.

По мере решения каждой последующей задачи обсуждать получаемые выражения и модели, сравнивать их, делать выводы.

15. Ниже приведено решение задачи и критерии оценивания.

1. Оцените решение в соответствии с критериями, обоснуйте свою оценку.
2. Предложите одну вспомогательную задачу, направленную на поиск решения данной задачи

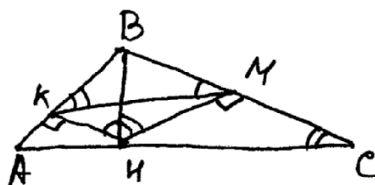
В остроугольном треугольнике ABC провели высоту BH . Из точки H на стороны AB и BC опустили перпендикуляры NK и NM соответственно.

а) Докажите, что треугольник MVK подобен треугольнику ABC .

б) Найдите отношение площади треугольника MVK к площади четырёхугольника $AKMC$, если $BH = 3$, а радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 4.

С4.

Дано:
 $\triangle ABC$



а) четырехугольник $BMKH$ вписан, т.к. $\angle BKH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle BHM = \angle BKM$

$$\angle MHC = 90^\circ - \angle MHB$$

$$\angle MCH = 90^\circ - \angle MHC = \angle MHB = \angle MKB$$

Таким образом, $\triangle BKM$ подобен $\triangle ABC$ по двум углам ($\angle ABC$ -общий)

б) По теореме синусов:

$$\frac{AC}{\sin B} = 2 \cdot 4 \Rightarrow AC = 8 \sin B$$

$$\text{Площадь } \triangle ABC, S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 8 \sin B = 12 \sin B$$

Рассмотрим окруж., описанную вокруг $\triangle BKM$ (она же описана вокруг $BMKH$): $\angle BKH = 90^\circ \Rightarrow BH$ - ее диаметр \Rightarrow
 \Rightarrow ее радиус равен 1,5.

По т. синусов:

$$\frac{MK}{\sin B} = 2 \cdot 1,5 \Rightarrow MK = 3 \sin B$$

$$\text{коэф. подобия } k = \frac{MK}{AC} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

S_1 - площадь $\triangle MBK$, S_2 - площадь $\triangle KMC$

$$\frac{S_1}{S} = k^2 = \frac{1}{16} \quad S_1 = \frac{S}{16}$$

$$S = S_1 + S_2 \Rightarrow S_2 = S \cdot \frac{15}{16} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{15}$$

Критерии оценивания

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте б	2

ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта a и при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , ИЛИ при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

Решение этой методической задачи предполагает:

1) Проверки данного решения и поиска всех ошибок и недочетов. Предметная составляющая оценивается экспертом из расчета 2 баллов в соответствии с критериями, предложенными в Таблице 3.13 настоящей Главы.

2) Оценки данного решения в соответствии с предложенными Критериями оценки, с обоснованием выставленного балла. Кроме того, учителю необходимо предложить вспомогательную задачу, направленную на поиск решения данной математической задачи. Методическая составляющая оценивается экспертом из расчета 3 баллов в соответствии с критериями, предложенными в Таблице 3.13 настоящей Главы.

Пример возможного ответа на второй вопрос

Оценка 2 балла.

Обоснование: доказательство в пункте a верное, хотя имеется описка в первой строке. В решении пункта b допущена ошибка, вероятно, по невнимательности (12 вместо 8) при нахождении коэффициента подобия, но все шаги решения присутствуют. В соответствии с критериями оценивания такую работу следует оценить двумя баллами.

Время выполнения 1 и 2 частей диагностической работы.

На выполнение 1 и 2 частей диагностической работы отводится 4 часа (240 минут).